УДК 517. 977.5. 928.2 DOI:10.35803/1694-5298.2022.2.502-509

Б.Ы. Аширбаев[1], Ж.А. Алтымышова[1]
[1]КГУСТА им. Н. Исанова, Бишкек, Кыргызская Республика

B.Y. Ashirbaev[1], Zh.A. Altymyshova[1]
KSUCTA named after N. Isanov, Bishkek, Kyrgyz Republic
ashirbaev-58@mail.ru jaltymyshova@gmail.com

ДЕКОМПОЗИЦИЯ ЛИНЕЙНОЙ СИНГУЛЯРНО-ВОЗМУЩЕННОЙ ДИСКРЕТНОЙ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ С МАЛЫМ ШАГОМ

DECOMPOSITION OF A LINEAR SINGULAR-PERTURBED DISCRETE CONTROLLED SYSTEM WITH A SMALL PITCH

Илимий макалада кичине кадам менен берилген сызыктуу сингулярдык-дүүлүктүрүлгөн дискреттик башкарылма системаны декомпозициялоо ыкмасы сунушталды. Алынган система өзгөрмөлөрү толук бөлүштүрүлгөн, алгачкы системага эквиваленттик система, анткени изделип жаткан системанын бардык касиеттерине ээ болот. Өлчөмү алгачкы системага салыштырганда бир кыйла төмөн, чыгарылышы бири биринен көз карандысыз табылат жана бири бир менен башкаруу функциясы менен гана байланышып турат.

Макалада сунуш кылынган ыкманын теориялык жыйынтыктарын тастыктоо катарында маселе каралды.

Өзөк сөздөр: *сызыктуу сингулярдык-дүүлүктүрүлгөн дискреттик башкарылма система, башкарылуучуулук, стабилдештирүүчүлүк, Риккати айырмалык теңдемеси, Ляпунов айырмалык теңдемеси*.

В статье предложен приближенный способ разделения переменных состояния линейной сингулярно-возмущенной дискретной управляемой системы с малым шагом. Полученная система с разделенными переменными состояния является эквивалентной к исходной, так как она обладает всеми свойствами управляемости и стабилизируемости исходной системы. Она состоит из двух подсистем низкого порядка, решения которых находится независимо, причем они связаны только управляющей функцией.

В статье для иллюстрации предложенного способа рассмотрен пример подтверждающий теоретические выводы.

Ключевые слова: *линейная сингулярно-возмущенная дискретная управляемая система с малым шагом, управляемость, стабилизируемость, разностное уравнение Риккати, разностное уравнение Ляпунова*.

The article proposes an approximate method for separating the state variables of a linear singularly perturbed discrete control system with a small step. The resulting system with separated state variables is equivalent to the original one, since it possesses all the controllability and stabilizability properties of the original system. It consists of two low-order subsystems, the solutions of which can be found independently, and they are connected only by the control function.

In the article, to illustrate the proposed method, an example is considered that confirms the theoretical conclusions.

Key words: *linear singularly perturbed discrete control system with a small step, controllability, stabilizability, Riccati difference equation, Lyapunov difference equation.*

Введение. При решении задач управления объектами из различных областей науки и техники возникают сложности, обусловленные высокой размерностью моделей и наличием нескольких временных масштабов. В связи с этим актуальной является задача декомпозиция моделей.

Сложность решения задачи оптимального управления с дискретной управляемой системой зависит прежде всего от порядка уравнений и характера собственных функций. Иначе говоря, нужно каким-либо образом упростить систему так, чтобы разделенные подсистемы были связаны только с управляющими функциями.

Проблема разделения движений в управляемых системах рассматривались многими авторами, среди них можно отметить работы [1-3]. Исследования дискретных задач оптимального управления с разделенными переменными состояния велись и в наших работах [4-6]. Данная работа является развитием исследований вышеупомянутых работ по данной проблеме.

Постановка задачи Рассмотрим уравнение:

$$y(t+T) = Ay(t) + Bu(t), \tag{1}$$

где $y(t) = \big(x(t)\ z(t)\big)', x(t) \in R^n, z(t) \in R^m$ −векторы переменных состояния, $A(\mu) = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ \frac{1}{\mu}A_3 & \frac{1}{\mu}A_4 \end{pmatrix}, B(\mu) = \begin{pmatrix} B_1 \\ \frac{1}{\mu}B_2 \end{pmatrix}, A_1 - (n\times n), A_2 - (n\times m), A_3 - (m\times n),$ $A_4 - (m\times m)$, $B_1 - (n\times r), B_2 - (m\times r)$ −постоянные матрицы, $u(t) \in R^r$ −вектор управления, $t = kT,\ k = 0,\ 1,\cdots, M-1,\ M = \frac{1}{T},\ T$ −малый шаг, $0 \le T \le 1$, μ −малый параметр, $0 < \mu < 1$, штрих обозначает транспонирование.

Систему (1) перепишем в виде

$$x(t+T) = A_1x(t) + A_2z(t) + B_1u(t), \tag{2}$$

$$\mu z(t+T) = A_3x(t) + A_4z(t) + B_2u(t).$$

Пусть заданы начальные и конечные состояния системы (1):

$$y(0) = y_0 = \big(x(0)\ \ z(0)\big)' = (x_0\ \ z_0)', \tag{3}$$

$$y(M) = y_M = \big(x(M)\ \ z(M)\big)' = (x_M, z_M)'. \tag{4}$$

Предположим, что

1. Собственные значения матрицы A_4 удовлетворяют неравенству $\left|Re\lambda_j\right| \le \gamma < 1,\ \ j = \overline{1,m}$, где $\gamma -$ некоторая постоянная.

Решение задачи. При выполнении условий 1, в системе (2) производим разделение с помощью замены [3,4]

$$x(t,\mu) = \tilde{x}(t,\mu) - \mu N\tilde{z}(t,\mu), \tag{5}$$

$$z(t,\mu) = \tilde{z}(t,\mu) + Hx(t,\mu), \tag{6}$$

где матрицы H и N имеют размерности $m\times n$ и $n\times m$ соответственно. В дальнейшем принимаем $x(t,\mu) = x, \tilde{x}(t,\mu) = \tilde{x}, z(t,\mu) = z, \tilde{z}(t,\mu) = \tilde{z}.$

Соотношения (5), (6) записываем в матричных формах:

$$\begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_n & -\mu N \\ H & E_m - \mu HN \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{z} \end{pmatrix}, \tag{7}$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_n - \mu NH & \mu N \\ -H & E_m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}. \tag{8}$$

С учетом (7) и (8) систему (1) записываем в следующей матричной форме:

$$\begin{pmatrix} E_n-\mu NH & \mu N \\ -H & E_m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x(t+T) \\ z(t+T) \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} E_n-\mu NH & \mu N \\ -H & E_m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ \frac{1}{\mu}A_3 & \frac{1}{\mu}A_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_n & -\mu N \\ H & E_m-\mu HN \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{z}(t) \end{pmatrix}+$$

$$+\begin{pmatrix} E_n-\mu NH & \mu N \\ -H & E_m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} B_1 \\ \frac{1}{\mu}B_2 \end{pmatrix}u(t),$$

(9)

Уравнению (9) перепишем в следующем виде

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}(t+T) \\ \tilde{z}(t+T) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \tilde{A}_1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu}\tilde{A}_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{z} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} \tilde{B}_1 \\ \frac{1}{\mu}\tilde{B}_2 \end{pmatrix}u,$$

(10)

где

$$\tilde{A}_1=A_1+A_2H,\quad \tilde{A}_4=A_4-\mu HA_2,$$

(11)

$$\tilde{B}_1=B_1+N\tilde{B}_2,\ \tilde{B}_2=B_2-\mu HB_1.$$

Матрицы H и N удовлетворяют следующим матричным уравнениям Риккати и Ляпунова:

$$\mu HA_1+\mu HA_2H=A_3-A_4H=0,$$

(12)

$$\mu\tilde{A}_1N-N\tilde{A}_4-A_2=0.$$

(13)

Используя теорему о неявной функции можно показать, что уравнения (12), (13) имеют решения, которые могут быть представлены в виде равномерно сходящихся степенных рядов [3,5]:

$$H(\mu)=\sum_{i=0}^{\infty}H_i\mu^i,\quad N(\mu)=\sum_{k=0}^{\infty}N_k\mu^k.$$

(14)

Матрицы $H_i(\mu)$ и $N_k(\mu)$ $(i,k=0,1,\cdots)$ определяются путем приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях μ в уравнениях (12), (13). В результате имеем:

$$H_0=-A_4^{-1}A_3,$$

(15)

$$H_1=A_4^{-1}(H_0A_1+H_0A_2H_0),\cdots,$$

$$H_i=A_4^{-1}\left(H_{i-1}A_1+\sum_{j=0}^{i-1}H_jA_2H_{v-1}\right),\ i=1,2,\cdots,v=i,i-1,i-2,\cdots,$$

$$N_0=-A_2A_4^{-1},$$

(16)

$$N_1=(A_1N_0+A_2H_0N_0+N_0H_0A_2)A_4^{-1},\cdots,$$

$$N_k=\left[A_1N_{k-1}+A_2\left(\sum_{j=0}^{k-1}H_jN_{s-1}\right)+\left(\sum_{j=0}^{k-1}N_jH_{s-1}\right)A_2\right]A_4^{-1},$$

$$k=1,2,\cdots,s=i,i-1,i-2,\cdots.$$

Полученный результат сформулируем в виде следующей теоремы.

Теорема. *Если выполняется условия 1 и матрицы H, N удовлетворяют уравнениям (12), (13), то систему (2) можно разделить на две подсистемы меньшего порядка вида:*

$$\tilde{x}(t+T)=\tilde{A}_1\tilde{x}(t)+\tilde{B}_1u(t),$$

(17)

$$\mu\tilde{z}(t+T)=\tilde{A}_4\tilde{z}(t)+\tilde{B}_2u(t).$$

(18)

Граничные условия системы (17) и (18) определяются соотношениями:

$$\tilde{x}(0)=\tilde{x}_0,\quad \tilde{z}(0)=\tilde{z}_0,$$

(19)

$$\tilde{x}(M)=\tilde{x}_M,\ \ \tilde{z}(M)=\tilde{z}_M,$$
(20)

где

$$\tilde{x}_0(\mu)=x_0+\mu N_0\tilde{z}_0,\ \tilde{z}_0=z_0-H_0x_0,\qquad \tilde{z}_0^*=\mu^M\cdot\tilde{z}_0,$$
(21) $$\tilde{x}_M(\mu)=x_M+\mu N_M\tilde{z}_M,\ \tilde{z}_M=z_M-H_Mx_M,\ \ \tilde{z}_M^*(t)=\mu^M\cdot\tilde{z}_M.$$

Таким образом, в случае выполнения условий теоремы, получим систему с разделенными переменными состояния, которая эквивалентна к исходной системе, следовательно, в исследуемых задачах управления в качестве ограничений можно взять дифференциальные связи (17) - (21).

Пример. Пусть объект управления описывается уравнением (1), где матрицы A и B имеют вид:

$$A=\begin{pmatrix}A_1 & A_2\\ A_3 & A_4\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}B_1\\ B_2\end{pmatrix},$$

$$A_1=\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix},\ A_2=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$A_3=\begin{pmatrix}0.1760&0&0&-0.8526&-0.2560\\0&-0.1346&-0.1106&0&0\\0&-0.6900&0.1017&0&0\\0&0.1990&-0.2930&0&0\\-0.3660&0&0&-0.5286&-0.1680\\0.6020&0&0&-0.8540&-0.1884\end{pmatrix},$$

$$A_4=\begin{pmatrix}0&-0.0610&-0.1880&0&-0.1130&-0.0770\\-0.2400&0&0&0.0200&0&0\\0.6900&0&0&0.3040&0&0\\-0.1990&0&0&-0.8760&0.2000&0\\0&-0.3660&0.2360&-0.1167&-0.7000&-0.0050\\0&6.1000&-0.1880&0&-0.1130&-0.3880\end{pmatrix},$$

$B_1=(0;0;0;0;0)'$, $B_2=(-7.280;0;0;0;-0.478;-7.280)'$, $\mu=0.0003-$ малый параметр, $x_0=(1;1;1;1;1)'$, $z_0=(1;1;1;1;1;1)$,

Вычисление собственных значений матрицы A_4 показывает, что условие 1 выполняется:

$$(eig(A_4)=(0.1149+0.4959\mathrm{i};\ 0.1149-0.4959\mathrm{i};\ -0.7882+0.1497\mathrm{i};$$
$$-0.7882-0.1497\mathrm{i};\ -0.6322+0.0000\mathrm{i};\ 0.0147+0.0000\mathrm{i})'.$$

Далее находим

$$A_4^{-1}=\begin{pmatrix}0&-3.5039&0.2305&0&0&0\\1.0331&17.8381&6.9972&2.7485&0.6530&-0.2134\\1.2453&117.2385&45.9590&17.9623&4.9813&-0.3113\\0&7.9530&2.7663&0&0&0\\0&31.3476&12.3456&5.0000&0&0\\-16.8460&-346.3798&-135.8725&-53.3712&-12.6795&0.9292\end{pmatrix}.$$

По формулам (15) последовательно вычисляем:

$$H_0=-A_4^{-1}A_3=\begin{pmatrix}0&-0.3126&-0.4110&0&0\\0.1857&6.6821&2.0666&1.0437&0.3340\\1.7914&43.9175&13.5555&3.4290&1.0970\\0&2.9792&0.5983&0&0\\0&11.7428&3.6765&0&0\\-2.2352&-129.7539&-40.1291&-20.2717&-6.2677\end{pmatrix},$$

$$H_1=A_4^{-1}(H_0A_1+H_0A_2H_0)=$$

$$= (1.0\mathrm{e}+04)\cdot\begin{pmatrix} 0 & -0.0016 & -0.0004 & 0.0005 & 0.0001 \\ 0.0054 & 0.2171 & 0.0622 & 0.0187 & 0.0063 \\ 0.0344 & 1.3891 & 0.3983 & 0.1228 & 0.0413 \\ 0.0020 & 0.0796 & 0.0228 & 0.0067 & 0 \\ 0.0089 & 0.3580 & 0.1026 & 0.0313 & 0.0106 \\ -0.1011 & -4.0847 & -1.1712 & -0.3601 & -0.1211 \end{pmatrix}$$

$H_2 = A_4^{-1}(H_1A_1 + H_0A_2H_1 + H_1A_2H_0) =$

$$= (1.0\mathrm{e}+07)\cdot\begin{pmatrix} -0.0001 & -0.0026 & -0.0008 & -0.0002 & -0.0001 \\ 0.0035 & 0.1396 & 0.0401 & 0.0125 & 0.0042 \\ 0.0222 & 0.8853 & 0.2546 & 0.0791 & 0.0266 \\ 0.0013 & 0.0517 & 0.0149 & 0.0046 & 0.0016 \\ 0.0057 & 0.2290 & 0.0659 & 0.0205 & 0.0069 \\ -0.0652 & -2.6066 & -0.7495 & -0.2328 & -0.0783 \end{pmatrix},$$

$H_3 = A_4^{-1}(H_2A_1 + H_0A_2H_2 + H_1A_2H_1 + H_2A_2H_0) =$

$$= (1.0\mathrm{e}+10)\cdot\begin{pmatrix} -0.0001 & -0.0023 & -0.0007 & -0.0002 & -0.0001 \\ 0.0028 & 0.1118 & 0.0322 & 0.0100 & 0.0034 \\ 0.0178 & 0.7077 & 0.2036 & 0.0635 & 0.0214 \\ 0.0010 & 0.0414 & 0.0119 & 0.0037 & 0.0013 \\ 0.0046 & 0.1832 & 0.0527 & 0.0164 & 0.0055 \\ -0.0523 & -2.0843 & -0.5996 & -0.1871 & -0.0629 \end{pmatrix},$$

$H_4 = A_4^{-1}(H_3A_1 + H_0A_2H_3 + H_1A_2H_2 + H_2A_2H_1 + H_3A_2H_0) =$

$$= (1.0\mathrm{e}+13)\cdot\begin{pmatrix} -0.0001 & -0.0022 & -0.0006 & -0.0002 & -0.0001 \\ 0.0025 & 0.1002 & 0.0288 & 0.0900 & 0.0030 \\ 0.0159 & 0.6338 & 0.1824 & 0.0570 & 0.0192 \\ 0.0009 & 0.0372 & 0.0107 & 0.0033 & 0.0011 \\ 0.0041 & 0.1641 & 0.0472 & 0.0148 & 0.0050 \\ -0.0469 & -1.8668 & -0.5372 & -0.1678 & -0.0564 \end{pmatrix}$$

Теперь из (14) при $\mu = 0.0003$ имеем:

$H(\mu) = H_0 + \mu H_1 + \mu^2 H_2 + \mu^3 H_3 + \mu^4 H_4 =$

$$= \begin{pmatrix} -0.0002 & -0.3204 & -0.4130 & 0.0011 & 0.0003 \\ 0.2059 & 7.4973 & 2.3003 & 1.1144 & 0.3578 \\ 1.9206 & 49.1242 & 15.0493 & 3.8902 & 1.2521 \\ 0.0074 & 3.2787 & 0.6840 & 0.0255 & 0.0086 \\ 0.0333 & 13.0856 & 4.0615 & 0.1180 & 0.0397 \\ -2.6152 & -145.0678 & -44.5226 & -21.6256 & -6.7231 \end{pmatrix}.$$

Проверка показала, что матрица $H(\mu)$ удовлетворяет уравнению (12).

Далее по формулам (16) последовательно вычисляем:

$N_0 = -A_2A_4^{-1} =$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 3.5039 & -0.2305 & 0 & 0 & 0 \\ -1.0331 & -17.8381 & -6.9972 & -2.7485 & -0.6530 & 0.2134 \\ 0 & -7.9530 & -2.7663 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -31.3476 & -12.3456 & -5.0000 & 0 & 0 \\ 16.8460 & 346.3798 & 135.8725 & 53.3712 & 12.6795 & -0.9292 \end{pmatrix},$$

$N_1 = (A_1N_0 + A_2H_0N_0 + N_0H_0A_2)A_4^{-1} =$

$$= (1.0\mathrm{e}+05)\cdot\begin{pmatrix} 0.0001 & 0.0062 & 0.0024 & 0.0009 & 0.0002 & 0 \\ -0.0033 & -0.0946 & -0.0369 & -0.0129 & -0.0026 & 0.0010 \\ -0.0018 & -0.0611 & -0.0239 & -0.0087 & -0.0020 & 0.0005 \\ -0.0079 & -0.2589 & -0.1013 & -0.0369 & -0.0084 & 0.0022 \\ 0.0645 & 1.8530 & 0.7227 & 0.2542 & 0.0533 & -0.0199 \end{pmatrix},$$

$N_2 = (A_1N_1 + A_2H_0N_1 + A_2H_1N_0 + N_0H_1A_2 + N_1H_0A_2)A_4^{-1} =$

$$= (1.0\mathrm{e}+08)\cdot\begin{pmatrix} 0.0002 & 0.0067 & 0.0026 & 0.0010 & 0.0002 & -0.0001 \\ -0.0032 & -0.0961 & -0.0375 & -0.0134 & -0.0029 & 0.0010 \\ -0.0018 & -0.0555 & -0.0217 & -0.0078 & -0.0017 & 0.0005 \\ -0.0077 & -0.2364 & -0.0923 & -0.0330 & -0.0072 & 0.0023 \\ 0.0616 & 1.8674 & 0.7287 & 0.2600 & 0.0565 & -0.0186 \end{pmatrix},$$

$$N_3 = (A_1N_2 + A_2H_0N_2 + A_2H_1N_1 + A_2H_0N_0 + N_0H_2A_2 + N_1H_1A_2 + N_2H_0A_2)A_4^{-1} =$$

$$= (1.0\mathrm{e}+11)\cdot\begin{pmatrix} 0.0002 & 0.0070 & 0.0027 & 0.0010 & 0.0002 & -0.0001 \\ -0.0031 & -0.0902 & -0.0352 & -0.0124 & -0.0026 & 0.0010 \\ -0.0018 & -0.0548 & -0.0214 & -0.0076 & -0.0016 & 0.0006 \\ -0.0077 & -0.2325 & -0.0907 & -0.0323 & -0.0069 & 0.0024 \\ 0.0601 & 1.7637 & 0.6876 & 0.2426 & 0.0511 & -0.0188 \end{pmatrix},$$

$$N_4 = (A_1N_3 + A_2H_0N_3 + A_2H_1N_2 + A_2H_2N_1 + A_2H_3N_0 +$$
$$+ N_0H_3A_2 + N_1H_2A_2 + N_2H_1A_2 + N_3H_0A_2)A_4^{-1} =$$

$$= (1.0\mathrm{e}+14)\cdot\begin{pmatrix} 0.0002 & 0.0076 & 0.0030 & 0.0011 & 0.0002 & -0.0001 \\ -0.0036 & -0.1086 & -0.0424 & -0.0151 & -0.0033 & 0.0011 \\ -0.0020 & -0.0622 & -0.0243 & -0.0087 & -0.0019 & 0.0006 \\ -0.0087 & -0.2651 & -0.1034 & -0.0370 & -0.0081 & 0.0026 \\ 0.0696 & 2.1113 & 0.8237 & 0.2943 & 0.0641 & -0.0210 \end{pmatrix}.$$

Из (14) имеем

$$N(\mu) = N_0 + \mu N_1 + \mu^2 N_2 + \mu^3 N_3 + \mu^4 N_4 =$$

$$= \begin{pmatrix} 0.0065 & 3.7766 & -0.1239 & 0.0393 & 0.0088 & -0.0023 \\ -1.1722 & -21.8724 & -8.5703 & -3.3014 & -0.7681 & 0.2570 \\ -0.0777 & -10.4851 & -3.7562 & -0.3590 & -0.0812 & 0.0224 \\ -0.3346 & -42.0838 & -16.5424 & -6.5207 & -0.3436 & 0.0962 \\ 19.5544 & 425.2501 & 166.6364 & 64.2299 & 14.9753 & -1.7615 \end{pmatrix}.$$

Подставляя $N(\mu)$ в (13) убеждаемся, что она удовлетворяет этому уравнению. Согласно теоремы получаем разделенные системы (17) и (18), где

$$\tilde{A}_1 = A_1 + A_2H = \begin{pmatrix} -0.0002 & -0.3204 & -0.4130 & 0.0011 & 0.0003 \\ 0.2059 & 7.4973 & 2.3003 & 1.1144 & 0.3578 \\ 0.0074 & 3.2787 & 0.6840 & 0.0255 & 0.0086 \\ 0.0333 & 13.0856 & 4.0615 & 0.1180 & 0.0397 \\ -2.6152 & -145.0678 & -44.5226 & -21.6256 & -6.723 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{A}_4 = A_4 - \mu HA_2 =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -0.0609 & -0.1880 & 0.0001 & -0.1130 & -0.0770 \\ -0.2401 & -0.0022 & 0 & 0.0193 & -0.0003 & -0.0001 \\ 0.6894 & -0.0147 & 0 & 0.2995 & -0.0012 & -0.0004 \\ -0.1990 & -0.0010 & 0 & -0.8762 & 0.2000 & 0 \\ 0 & -0.3699 & 0.2360 & -0.1179 & -0.7000 & -0.0050 \\ 0.0008 & -6.056 & -0.1880 & 0.0134 & -0.1065 & -0.3860 \end{pmatrix},$$

$\tilde{B}_1 = B_1 + N\tilde{B}_2 = (0; 0; 0; 0; 0)'$,

$\tilde{B}_2 = B_2 - \mu HB_1 = (-7.2800;\ 0;\ 0;\ 0;\ -0.4780;\ -7.2800)'$,

$\tilde{z}_0 = z_0 - H_0x_0 = (1.7235; -9.3121; -62.7905; -2.5775; -14.4193; 199.6575)'$,

$\tilde{z}_0^* = \mu^M \cdot \tilde{z}_0 =$(1.0177e-35; -5.4987e-35; -3.7077e-34; -1.5220e-35; -8.5145e-35; 1.1790e-33)'

$\tilde{x}_0 = x_0 + \mu N_0\tilde{z}_0^* = (1; 1; 1; 1; 1)'$,

$\tilde{z}_M = z_M - H_4x_M = (0; 0; 0; 0; 0; 0)'$, $\tilde{z}_M^* = \mu^M \cdot \tilde{z}_M = (0; 0; 0; 0; 0; 0)'$

$\tilde{x}_M = x_M + \mu N_4\tilde{z}_M^* = (0; 0; 0; 0; 0)'$,

В случае, при известном $u = u(kT)$ и с постоянными матрицами системы (1), решения уравнения (17), (18) с начальными условиями (19), (21) можно представить в виде:

$\tilde{x}(kT) = \tilde{A}_1^{kT}\tilde{x}_0 + \sum_{i=0}^{k-1}\tilde{A}_1^{k-i-1}\tilde{B}_1 u,$
(22)
$\tilde{z}(kT) = \tilde{A}_4^{kT}\cdot\mu^{M-kT}\tilde{z}_0^* + \mu^{M-kT}\cdot\sum_{i=0}^{k-1}\tilde{A}_4^{k-i-1}\tilde{B}_2 u.$
(23)

При $k = 0,\ 1,\cdots,9$ получаем следующие соотношения из (22) и (23):

k=0, $\tilde{x}(0) = \tilde{x}_0,$
$\tilde{z}(0) = \tilde{z}_0^* = \mu^{10}\cdot\tilde{z}_0;$

k=1, $\tilde{x}(T) = \tilde{A}_1^T\tilde{x}_0,$
$\tilde{z}(T) = \tilde{A}_4^T\tilde{z}_0^*;$

k=2, $\tilde{x}(2T) = \tilde{A}_1^{2T}\tilde{x}_0 + (\tilde{A}_1\tilde{B}_1 + \tilde{B}_1)u,$
$\tilde{z}(2T) = \tilde{A}_4^{2T}\cdot\mu^{10-2T}\tilde{z}_0^* + \mu^{10-2T}\cdot(\tilde{A}_4\tilde{B}_2 + \tilde{B}_2)u;$

k=3, $\tilde{x}(3T) = \tilde{A}_1^{3T}\tilde{x}_0 + (\tilde{A}_1^2\tilde{B}_1 + \tilde{A}_1\tilde{B}_1 + \tilde{B}_1)u,$
$\tilde{z}(3T) = \tilde{A}_4^{3T}\cdot\mu^{10-3T}\tilde{z}_0^* + \mu^{10-3T}\cdot(\tilde{A}_4^2\tilde{B}_2 + \tilde{A}_4\tilde{B}_2 + \tilde{B}_2)u;$
$\vdots$

k=9, $\tilde{x}(9T) = \tilde{A}_1^{9T}\tilde{x}_0 + (\tilde{A}_1^8\tilde{B}_1 + \cdots + \tilde{A}_1^2\tilde{B}_1 + \tilde{A}_1\tilde{B}_1 + \tilde{B}_1)u,$
$\tilde{z}(9T) = \tilde{A}_4^{9T}\cdot\mu^{10-9T}\tilde{z}_0^* + \mu^{10-9T}\cdot(\tilde{A}_4^8\tilde{B}_2 + \cdots + \tilde{A}_4^2\tilde{B}_2 + \tilde{A}_4\tilde{B}_2 + \tilde{B}_2)u;$

Результаты вычислений уравнения (22), (23) при $T = 0.1$ и $k = 0,\ 1,\cdots,9$ приведены соответственно на рис.1,2:

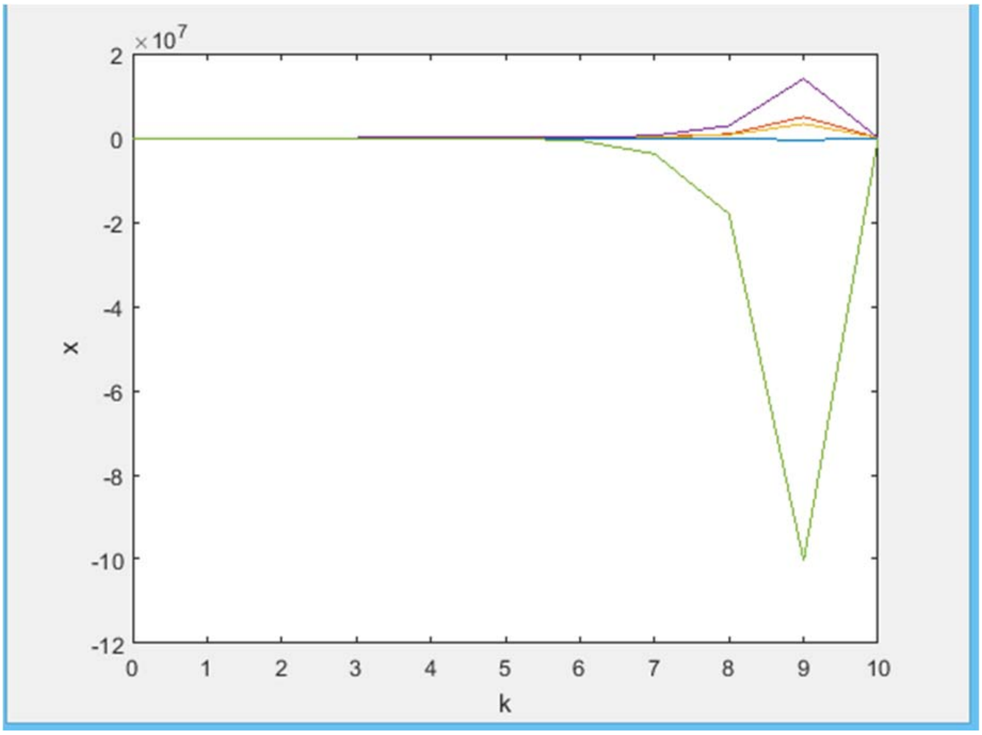

Рис.1. Результаты вычислений траектории $\tilde{x}(kT)$

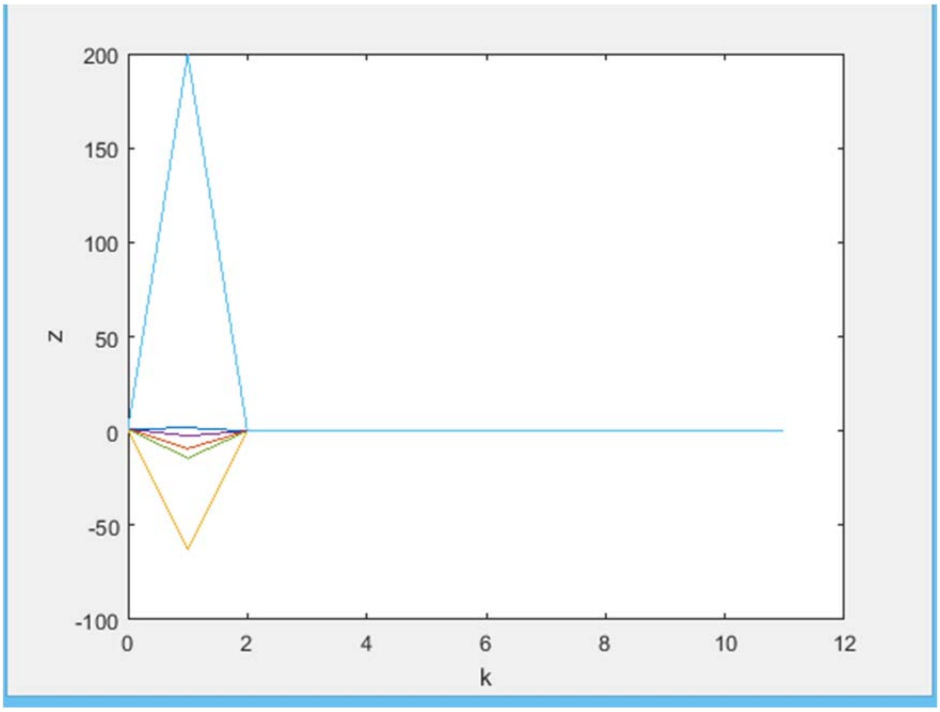

Рис.2. Результаты вычислений траектории $\tilde{z}(kT)$

Заключение. Предложенный способ декомпозиция дискретной управляемой системы с малым шагом позволяет понизить порядок исследуемой системы и может применяться при исследовании управляемости, вычислениях по нахождению оптимального управления, оптимальной траектории сингулярно-возмущенных дискретных задач оптимального управления с малым шагом и при построении приближенного решения алгебраических уравнений Риккати и Ляпунова.

Список литературы

1. Геращенко Е. И. Метод разделение движений и оптимизация нелинейных систем [Текст] /Е.И. Геращенко, С.М. Геращенко. - М: Наука, 1975. - 296 с.
2. Куо. Б. Теория и проектирование цифровых систем управления [Текст] / Б. Куо. - М: Машиностроение, 1986. - 448 с.
3. Стрыгин В. В. Разделение движений методом интегральных многообразий [Текст] / В.В. Стрыгин, В.А. Соболев. - М: Наука, 1988. - 256 с.
4. Аширбаев Б.Ы. Декомпозиция линейной дискретной управляемой системы с малым шагом [Текст] // Вестник КГУСТА. - Бишкек: 2019. – № 2 (64). - С.243-248.
5. Аширбаев Б.Ы. Об одном способе построения переходной матрицы линейной дискретной управляемой системы с малым шагом [Текст] / Б.А. Аширбаев / Горный журнал, научно-технический журнал. – Бишкек: 2021. – т. 2 (1). - С. 13 – 17.
6. Иманалиев З.К. Управление с минимальной энергией в дискретной задаче оптимального управления с малым шагом [Текст] / З.К. Иманалиев, Б.Ы. Аширбаев, А.М. Осмонканов // Вестник КГУСТА. – Бишкек: 2014. - №2 (44). - С. 138 -141.